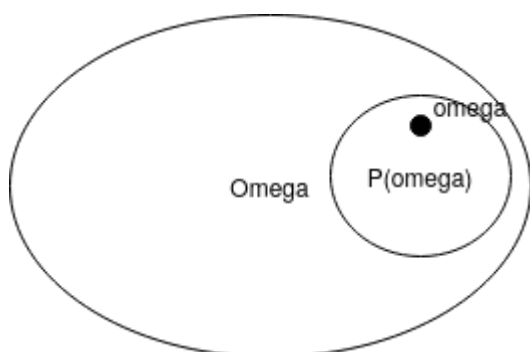


# Hry s neúplnou informací

```
$$ \xdef\scal#1#2{\langle #1, #2 \rangle} \xdef\norm#1{\left\| \right. #1 \right\|}
\xdef\dist{\rho} \xdef\and{\&} \xdef\AND{\quad \and \quad} \xdef\brackets#1{\left\{ #1 \right\}}
\xdef\parc#1#2{\frac {\partial #1} {\partial #2}} \xdef\mtr#1{\begin{pmatrix} #1 \end{pmatrix}}
\xdef\bm#1{\boldsymbol{#1}} \xdef\mc#1{\mathcal{#1}}
\xdef\vv#1{\mathbf{#1}} \xdef\vp#1{\pmb{#1}} \xdef\ve{\varepsilon} \xdef\l{\lambda}
\xdef\th{\vartheta} \xdef\alpha{\alpha} \xdef\vf{\varphi} \xdef\Tagged#1{\text{#1}}
\xdef>tagged*#1{\text{#1}} \xdef>tagEqHere#1#2{\href{#2#eq-#1}{\text{#1}}}
\xdef>tagDeHere#1#2{\href{#2#de-#1}{\text{#1}}} \xdef>tagEq#1{\href{#eq-#1}{\text{#1}}}
\xdef>tagDe#1{\href{#de-#1}{\text{#1}}} \xdef\T#1{\htmlid{eq-#1}{#1}}
\xdef\D#1{\htmlid{de-#1}{\vv{#1}}} \xdef\conv#1{\mathrm{conv}\, , #1}
\xdef\cone#1{\mathrm{cone}\, , #1} \xdef\aff#1{\mathrm{aff}\, , #1}
\xdef\lin#1{\mathrm{Lin}\, , #1} \xdef\span#1{\mathrm{span}\, , #1}
\xdef\O{\mathcal O} \xdef\ri#1{\mathrm{ri}\, , #1}
\xdef\rd#1{\mathrm{r}\partial\, , #1} \xdef\interior#1{\mathrm{int}\, , #1}
\xdef\proj{\Pi}
\xdef\epi#1{\mathrm{epi}\, , #1} \xdef\grad#1{\mathrm{grad}\, , #1}
\xdef\gradT#1{\mathrm{grad}^T #1} \xdef\gradx#1{\mathrm{grad}_x #1}
\xdef\hess#1{\nabla^2\, , #1} \xdef\hessx#1{\nabla^2_x #1}
\xdef\jacobx#1{D_x #1} \xdef\jacob#1{D #1}
\xdef\subdif#1{\partial #1} \xdef\co#1{\mathrm{co}\, , #1}
\xdef\iter#1{\wedge^{[#1]}} \xdef\str{\wedge^*}
\xdef\spv{\mathcal V} \xdef\civ{\mathcal U}
\xdef\other#1{\hat{#1}} \xdef\xx{\vv x} \xdef\yy{\vv y} $$
```

## Znalost

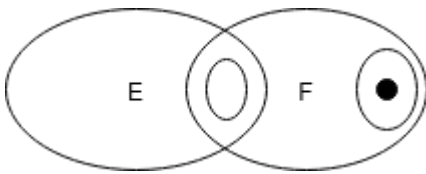
Nechť  $\Omega$  označuje množinu stavů. Mějme *informační funkci*  $P$ , přičemž  $P(\omega) \subseteq \Omega$



a máme 2 axiomy  $\forall \omega \in \Omega \quad \omega \in P(\omega) \tag{T1}$  a  $\omega' \in P(\omega) \implies P(\omega') = P(\omega) \tag{T2}$ , přičemž z  $\tag{T1}, \tag{T2}$  plyne, že  $P$  vytváří rozklad na  $\Omega$ .

Dále definujme  $K$  znalostní funkci a  $E \subseteq \Omega$  událost a platí  $K(E) = \{\omega \in \Omega \mid P(\omega) \subseteq E\}$ , splňující

1.  $K(\Omega) = \Omega \tag{\mathcal{T}\{K_1\}}$
2.  $E \subseteq F \implies K(E) \subseteq K(F) \tag{\mathcal{T}\{K_2\}}$
3.  $K(E) \cap K(F) = K(E \cap F) \tag{\mathcal{T}\{K_3\}}$



4.  $K(E) \subseteq E \tag{\mathcal{T}\{K_4\}}$
5.  $K(K(E)) = K(E) \tag{\mathcal{T}\{K_5\}}$
6. (axiom moudrosti)  
 $\Omega \setminus K(E) = K(\Omega \setminus K(E)) \tag{\mathcal{T}\{K_6\}}$

## Příklad - Hádání barvy klobouku

Pro začátek uvažujme 3 hráče, každý dostane **černý** nebo **bílý** klobouk, přičemž jeho barvu nezná. Hráči ví, že minimálně jeden klobouk je bílý. Hráči kteří odhadnou, jakou barvu má jejich klobouk, zvednou ruku a hraje dokud to všichni neví.

**Možné situace**

- BČČ  $\implies$  (pokud by 1. nevěděl, že má jediný bílý, nezvedal by ruku) **KONEC**
- BBČ  $\implies$  (bílý si řekne, druhý bílý nezvedl ruku, tedy já musím být taky bílý)  $\implies$  (černý nic neví, ale ostatní to už věděli, takže musí mít černý) **KONEC**
- BBB  $\implies$  (nikdo nic neví, tedy musí mít někdo bílý klobouk) **KONEC**

Jistě  $\Omega = \{c \in \{\text{B}, \text{Č}\}^n \mid \exists i \in N : c(i) = \text{B}\}$  a označme  $P^i_j$  informační funkci  $i$ -tého hráče v  $j$ -tém kole ( $j = 1, 2, \dots$ )

V případě BČČ je  $P^1_1(\text{BČČ}) = \{\text{BČČ}\}$ , ale v  $P^1_1(\text{BBČ}) = \{\text{BBČ}, \text{ČBČ}\}$

Dále označme  $E_i$  jako událost, ve které  $i$ -tý hráč dozvěděl svoji barvu a tedy  $|E_i| = 1$ . Nyní nechť  $F^k = \{c \mid |\{c(i) = \text{B}\}| = k\}$

Potom  $P^2_j(c) = P^1_j(c) - F^1$ . V našem případě  $F^1 = \{\text{BČČ}, \text{ČBČ}, \text{ČČB}\}$ ,  $F^2 = \{\text{BBČ}, \text{BČB}, \text{ČBB}\}$ , proto  $P^1_1(\text{BBČ}) = \{\text{BBČ}, \text{ČBČ}\} \implies P^2_1 = P^1_1(\text{BBČ})$ ,  $\sqsubset P^3_1(\text{BBČ}) = \{\underbrace{\text{ČBČ}}_{\in E_1}\}$

Označme  $K_1, K_2$  - znalostní funkce 1. a 2. hráče. Dále  $E$  je společnou znalostí ve stavu  $\Omega$ , pokud  $K_1(E), K_2(E), K_1(K_2(E)), K_2(K_1(E)), K_2(K_1(K_2(E))), K_1(K_2(K_1(E)))$ ,

$\Omega$  obsahuje  $\omega$ .

Např.  $P_1 = \{\{\omega_1, \omega_2\}, \{\omega_3, \omega_4, \omega_5\}, \{\omega_6\}\}$ ,  $P_2 = \{\{\omega_1\}, \{\omega_2, \dots, \omega_5\}, \{\omega_6\}\}$ ,  $E = \{\omega_1, \dots, \omega_4\}$ , pak jistě

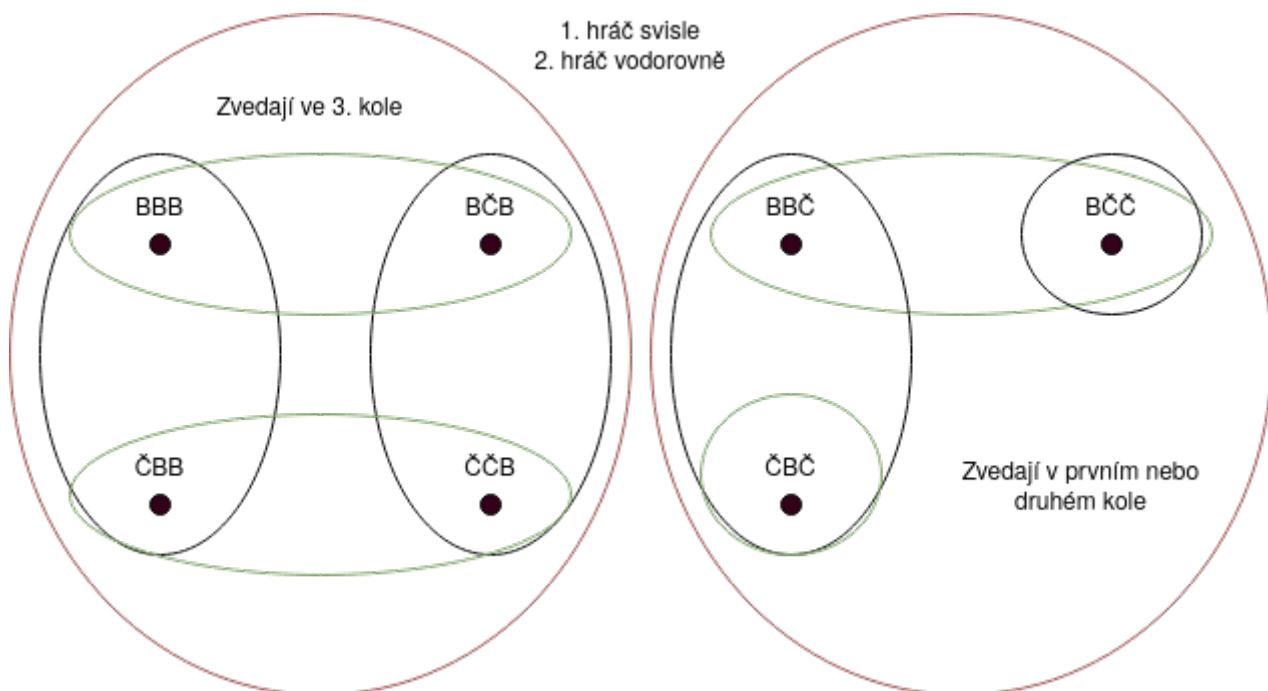
- $K_1(E) = \{\omega_1, \omega_2\}$
- $K_2(E) = \{\omega_1, \dots, \omega_4\}$
- $K_1(K_2(E)) = \{\omega_1, \omega_2\}$  a  $K_2(K_1(E)) = \{\omega_1\} = K_2(K_1(K_2(E)))$
- $K_1(K_2(K_1(E))) = \emptyset$

Událost  $F \subseteq \Omega$  je samozřejmá mezi 1. a 2. hráčem, jestliže  $\forall \omega \in F : P_i(\omega) \subseteq F$  pro  $i = 1, 2$

$E$  je společnou znalostí v  $\omega$ , pokud existuje  $F$ ,  $\omega \in F$ , samozřejmá pro  $i = 1, 2$ . Např.  $F = \{\omega_1, \dots, \omega_5\}$

V příkladu s klobouky

$P_1^1 = \{\{B\check{C}\check{C}\}, \{BB\check{C}, \check{C}B\check{C}\}, \{B\check{C}B, \check{C}\check{C}B\}, \{BBB, \check{C}BB\}\}$   $P_2^1 = \{\{\check{C}B\check{C}\}, \{BB\check{C}, B\check{C}\check{C}\}, \{\check{C}BB, \check{C}CB\}, \{BBB, B\check{C}B\}\}$



Revision #2

Created 15 May 2023 06:05:34 by Sceptri

Updated 15 May 2023 09:11:24 by Sceptri