4. přednáška

$$ \xdef\scal#1#2{\langle #1, #2 \rangle} \xdef\norm#1{\left\lVert #1 \right\rVert} \xdef\dist{\rho} \xdef\and{\&}\xdef\AND{\quad \and \quad}\xdef\brackets#1{\left\{ #1 \right\}} \xdef\parc#1#2{\frac {\partial #1}{\partial #2}} \xdef\mtr#1{\begin{pmatrix}#1\end{pmatrix}} \xdef\nmtr#1{\begin{matrix}#1\end{matrix}} \xdef\bm#1{\boldsymbol{#1}} \xdef\mcal#1{\mathcal{#1}} \xdef\vv#1{\mathbf{#1}}\xdef\vvp#1{\pmb{#1}} \xdef\ve{\varepsilon} \xdef\l{\lambda} \xdef\th{\vartheta} \xdef\a{\alpha} \xdef\vf{\varphi} \xdef\Tagged#1{(\text{#1})} \xdef\tagged*#1{\text{#1}} \xdef\tagEqHere#1#2{\href{#2\#eq-#1}{(\text{#1})}} \xdef\tagDeHere#1#2{\href{#2\#de-#1}{\text{#1}}} \xdef\tagEq#1{\href{\#eq-#1}{(\text{#1})}} \xdef\tagDe#1{\href{\#de-#1}{\text{#1}}} \xdef\T#1{\htmlId{eq-#1}{#1}} \xdef\D#1{\htmlId{de-#1}{\vv{#1}}} \xdef\conv#1{\mathrm{conv}\, #1} \xdef\cone#1{\mathrm{cone}\, #1} \xdef\aff#1{\mathrm{aff}\, #1} \xdef\lin#1{\mathrm{Lin}\, #1} \xdef\span#1{\mathrm{span}\, #1} \xdef\O{\mathcal O} \xdef\ri#1{\mathrm{ri}\, #1} \xdef\rd#1{\mathrm{r}\partial\, #1} \xdef\interior#1{\mathrm{int}\, #1} \xdef\proj{\Pi} \xdef\epi#1{\mathrm{epi}\, #1} \xdef\grad#1{\mathrm{grad}\, #1} \xdef\gradT#1{\mathrm{grad}^T #1} \xdef\gradx#1{\mathrm{grad}_x #1} \xdef\hess#1{\nabla^2\, #1} \xdef\hessx#1{\nabla^2_x #1} \xdef\jacobx#1{D_x #1} \xdef\jacob#1{D #1} \xdef\subdif#1{\partial #1} \xdef\co#1{\mathrm{co}\, #1} \xdef\iter#1{^{[#1]}} \xdef\str{^*} \xdef\spv{\mcal V} \xdef\civ{\mcal U} \xdef\other#1{\hat{#1}} $$

Opakované hry

> Znovu definujme **strategii**, jako celkový vzorec chování (algoritmus, kterým vybíráme **akci** pro dané kolo). **Akce** je výběr pro dané kolo.

Rozdělme si je na

- *konečné opakování*
- *nekonečné opakování*

Konečné vězňovo dilema

Mějme matici hry $$ \begin{matrix} \text{spolupracovat} \ \text{zradit} \end{matrix} \mtr{ 2 & 0 \ 3 & 1 } $$

> V 1 kolové hře bylo logické zradit

Nyní předpokládejme, že ji budeme hrát $2 \times$:

- Jistě v 2. druhém kole bude výhodné zradit (ZZ)
- Jelikož v 2. kole dávalo smysl pouze zradit, tak i v prvním kolem budeme zrazovat, protože 2. kolo stejně nijak neovlivníme

Obecně pro konečné opakování vězňova dilematu vede k výsledku ZZ pro všechna kola

Nekonečné vězňovo dilema

Můžeme interpretovat, že nevíme, které kolo je poslední.

Celkovou výhru si definujme jako:

1. Mějme výhry prvního hráče v i-tém kole $$ u_1, u_2, \dots $$ Pak vezmeme **částečný průměr**, který pošleme do limity, jako výhru, tj. $$ u = \lim_{n \to \infty} \frac {u_1 + \dots + u_n} n $$ Avšak pro například řadu výher $$ 1, 0, \underbrace{1}_ {\frac 1 2}, 0, 0, \underbrace{1}_ {\frac 1 4}, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \underbrace{1}_{\frac 3 4}, \dots $$

   > Tedy částečné průměry **nefungují obecně**

2. Pomocí **disktování**
   Zaveďme $\delta \in (0,1)$ (*diskontní faktor*) a pak $$ \bar u_1 = \delta u_1 \ \bar u_2 = \delta^2 u_2 \ \vdots \ \bar u_n = \delta^n u_n $$

   > Tedy v tomto případě mají větší hodnotu "peníze" (výhra), která je teď.
   > Navíc je degradace hry pořád stejná
   > Velké δ můžeme interpretovat jako "střadatele"... Pro malé δ "žije hráč okamžikem" $$ u = \delta u_1 + \delta^2 u_2 + \dots $$ Lze vždy sečíst

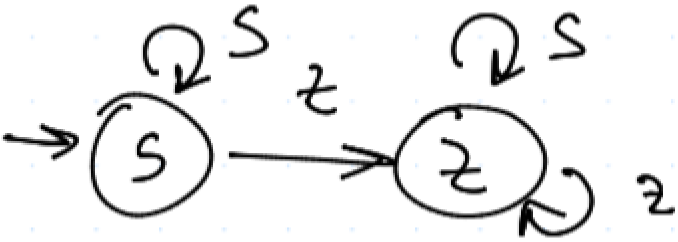
3. **Overtaking**
   Pro 2 posloupnosti výher $$ u_1, u_2, \dots \ \bar u_1, \bar u_2, \dots $$ Pak řekneme, že $u_i \succ \bar u_i$ pokud $\liminf_{n \to \infty} (u_1 - \bar u_1) + \dots + (u_n - \bar u_n) > 0$

   > Z pohledu psycholgie je pro nás důležitější výsledek "ve většině případů"

Jsou-li strategie hráčů dány konečnými automaty, pak lze výhry sečíst částečným průměrováním.

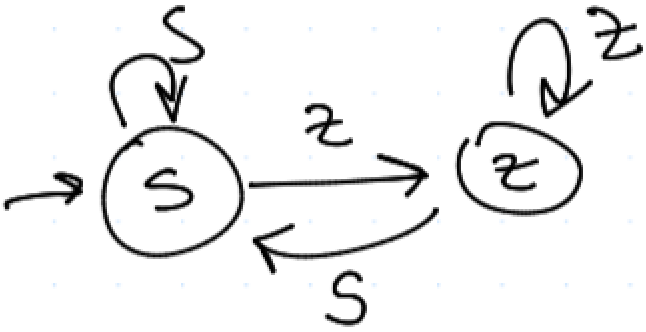
Vybrané strategie pro vězňovo dilema

Spoušť (Trigger)

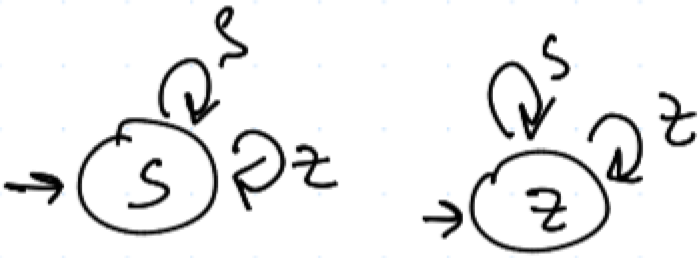


> Hodí se pro existenční důkazy

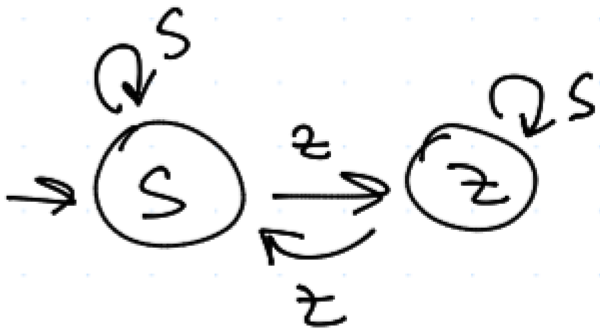
Oko za oko (TFT - Tit For Tat)



Hrdlička a Jestřáb (Always Cooperate (AllC) / Always Defect (AllD))



Pavlov (pes) (Win Stay Lose Switch - WSLS)



Často zavádíme šum $\ve > 0$ a předpokládáme, že hráč dodrží svou strategii (plán své strategie) s pravděpodobností $1 - \ve$, tj. s pravděpodobností $\ve$ dojde k zahrání opačné akce.

Podívejme se nyní na

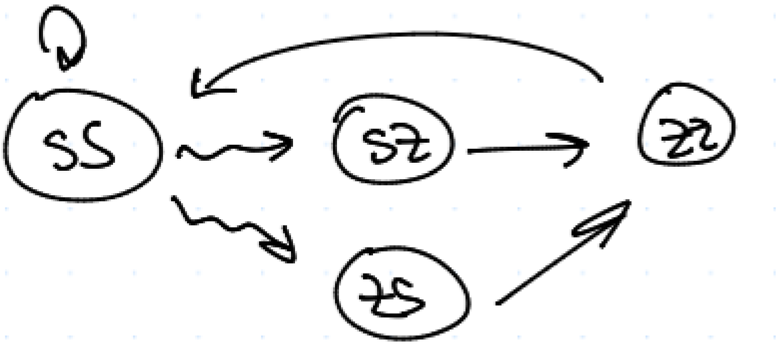
TFT vs. TFT

Možné stavy

Počítejme výhru prvního částečným průměrováním $$ u = \frac 1 4 \cdot 2 + \frac 1 2 \frac {0 + 3} 2 + \frac 1 4 \cdot 1 = \frac 3 2 $$

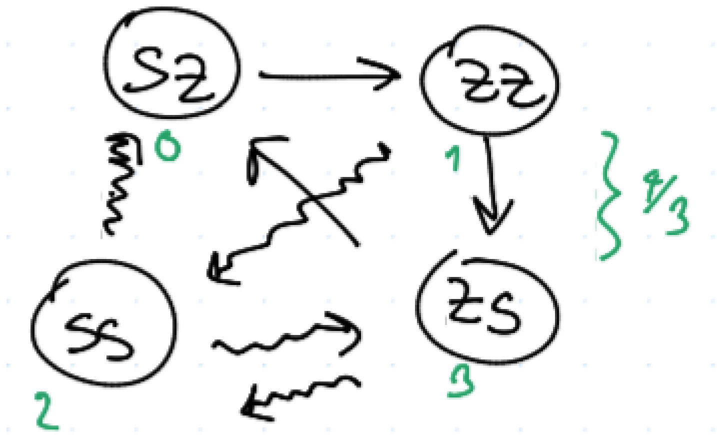
> Oko za oko je trochu moc přísné

WSLS vs. WSLS



Přičemž $$ u \approx 2 - \ve x $$

TFT vs. WSLS

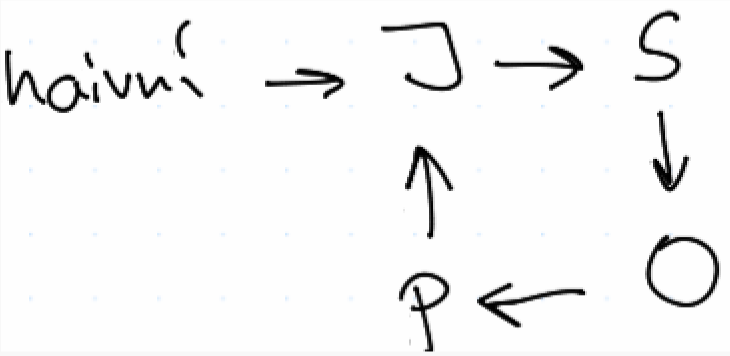


Turnaj

X	S	O	H	J	P	$\sum$
S	≈ 1	≈ 1	$\approx 5/2$	≈ 1	≈ 1	$\approx \frac{13} 2$
O						
H						
J					2	
P				$\frac 1 2$		

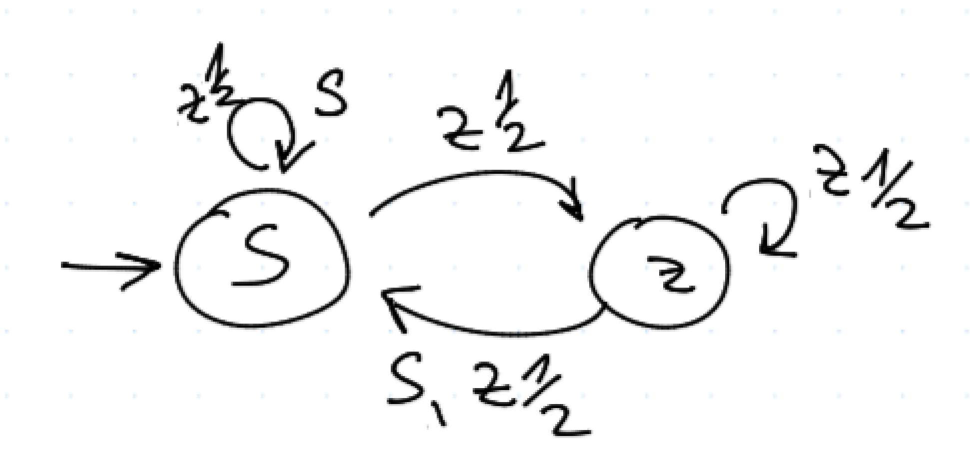
> Pokud je hodně "pes" strategií v Turnaji, tak vyhraje, protože spolu dobře spolupracuje

> V "evoluční/populační" variantě, tj. necháváme potomky dobrých strategií v turnaji, často vyhraje pes, protože hraje dobře sám se sebou

> Naopak je vidět, že Jestřáb umí vytěžit psa
>
> 
>

Strategie se stochastickými přestupy

Šlechetné oko



nebo můžeme udělat novou parametrizaci

- p_0 - pravděpodobnost spoluprací na začátku
  - $1 - p_0$ - začnu zradou
- p_1 - pst. přechodu od SS ke spolupráci
- p_2 - pst. přechodu od SZ ke spolupráci
- p_3 - pst. přechodu od ZS ke spolupráci
- p_4 - pst. přechodu od ZZ ke spolupráci

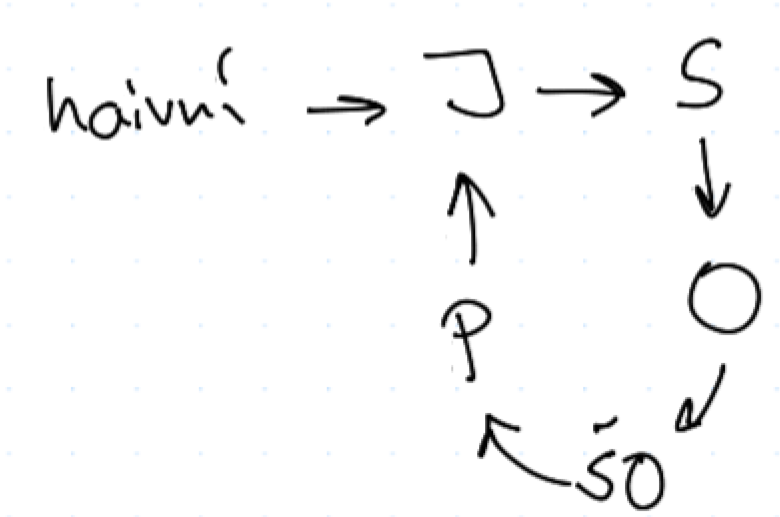
	$\to$ S	**SS $\to$ S**	**SZ $\to$ S**	**ZS $\to$ S**	**ZZ $\to$ S**	
X	p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	šum

	$\to$ S	SS $\to$ S	SZ $\to$ S	ZS $\to$ S	ZZ $\to$ S	
J	0	0	0	0	0	$(\ve, \ve, \ve, \ve, \ve)$
H	1	1	1	1	1	$(1 - \ve, \dots)$
S	1	1	0	0	0	
O	1	1	0	1	0	
P	1	1	0	0	1	
ŠO	1	1	$\frac 1 2$	1	$\frac 1 2$	

> Všechny zmíněme byly tzv. **jednopaměťové strategie**, tzn. akce vychází pouze z předchozího kola

> V Axelrodově turnaji byly i strategie s delší pamětí, ale nebyly moc dobré

V této parametrizaci v evolučním vývoji nastalo



> Je to svým způsobem analogie pravděpodobnostního rozšíření, kdy strategie definujeme jako pětice parametrů

Jak dopadne $(p_0, \dots, p_4)$ proti $(q_0, \dots, q_4)$?

Revision #5
Created 6 March 2023 07:06:55 by Sceptri
Updated 17 April 2023 20:33:31 by Sceptri