

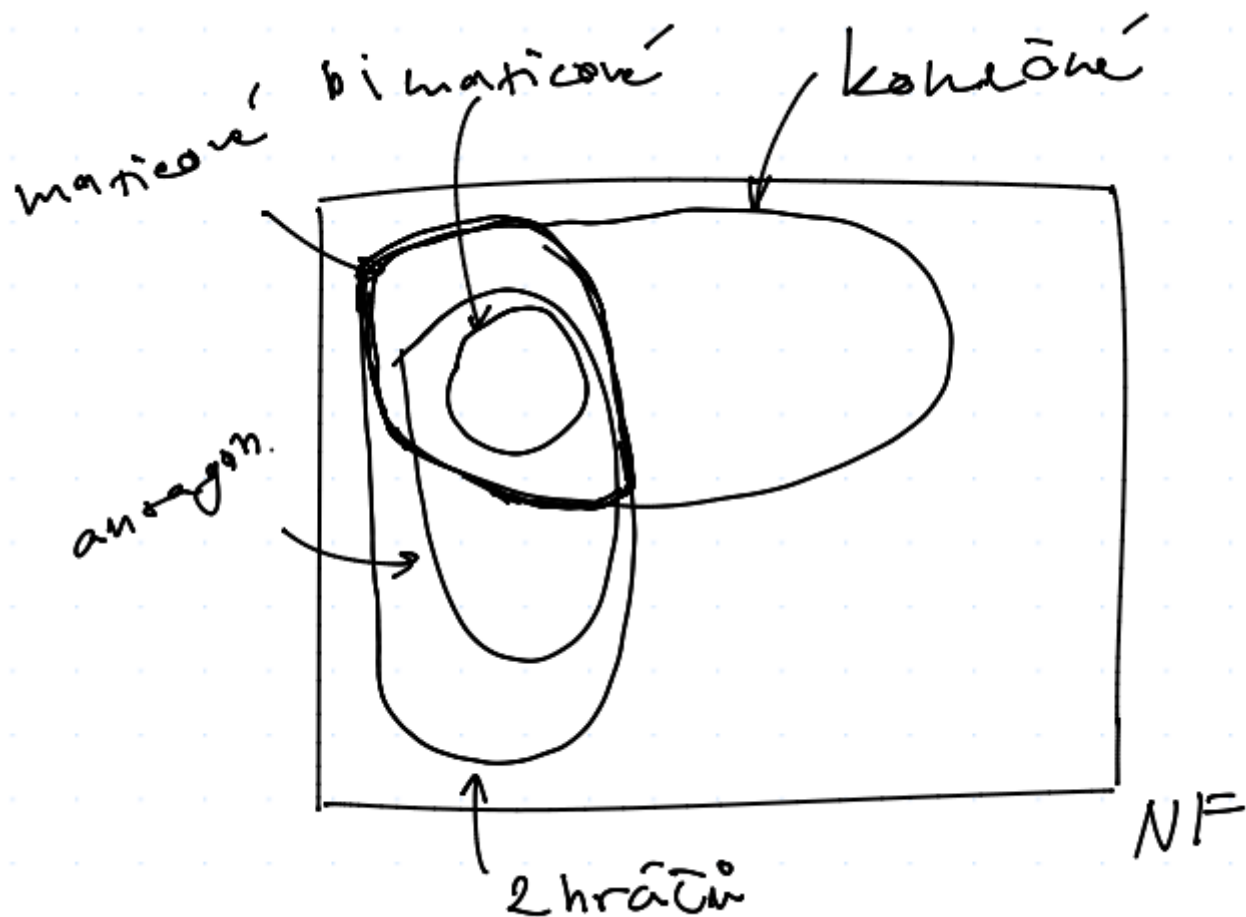
3. přednáška

```

 $\left\langle \right\rangle$ , #1, #2  $\rangle$   $\|$   $\left\{ \right\}$   $\left| \right|$   $\mathrm{rVert}$  #1  $\left\{ \right\}$   $\mathrm{rVert}$  #1  $\left\{ \right\}$ 
 $\rho$   $\&$   $\AND$   $\quad$   $\quad$   $\left[ \right]$  #1  $\left\{ \right\}$ 
 $\frac{\partial}{\partial}$  #1  $\frac{\partial}{\partial}$  #2  $\begin{pmatrix}$  #1  $\end{pmatrix}$ 
 $\begin{matrix}$  #1  $\end{matrix}$   $\bm{#1}$   $\boldsymbol{#1}$ 
 $\mc{#1}$   $\vv{#1}$   $\mathbf{#1}$   $\vvp{#1}$   $\pmb{#1}$ 
 $\ve{\varepsilon}$   $\l{\lambda}$   $\th{\vartheta}$   $\a{\alpha}$   $\vf{\varphi}$ 
 $\text{#1}$   $\tagged*{#1}$   $\tagEqHere{#2}{#eq-#1}$   $\tagDeHere{#2}{#de-#1}$   $\tagEq{#1}$   $\tagDe{#1}$ 
 $\T{eq-#1}{#1}$   $D{de-#1}{\vv{#1}}$ 
 $\conv{#1}$   $\cone{#1}$ 
 $\aff{#1}$   $\lin{#1}$   $\span{#1}$   $\O{\mathcal O}$   $\ri{#1}$   $\rd{#1}$   $\interior{#1}$   $\proj{\Pi}$   $\epi{#1}$ 
 $\grad{#1}$   $\gradT{#1}$ 
 $\gradx{#1}$   $\hess{#1}$   $\hessx{#1}$ 
 $\jacobx{#1}$   $\jacob{#1}$   $\subdif{#1}$ 
 $\co{#1}$   $\iter{#1}$   $\str^{*}$   $\spv{\mc{U}}$ 
 $\civ{\mc{U}}$   $\other{#1}$ 

```

Přehled her



Bimaticové hry 2x2

Mějme $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $\quad B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$

V případě dominování, např. $a > b$ a $c > d$, je to jednoduché... Tedy předpokládejme, že žádný řádek nedominuje pro 1. hráče a žádný sloupec pro 2. hráče.

$$A = \begin{pmatrix} p & 1-p \\ 1-p & p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} q & 1-q \\ 1-q & q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$$

A tedy $u(p,q) = \begin{pmatrix} p & 1-p \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} q \\ 1-q \end{pmatrix}$, $v(p,q) = \begin{pmatrix} p & 1-p \end{pmatrix} B \begin{pmatrix} q \\ 1-q \end{pmatrix}$

Rovnováhy

Hráč 2 chce zabránit volit tomu prvnímu a tedy indifferenční rovnice je tvaru $u(0, q) = u(1, q) \implies c + q(1-q) = a + b(q(1-q) + (c-d)q + d) = (a-b)q + b + (a-b-c+d)q = d-b$
 $q = \frac{d-b}{a-b-c+d}$ a opačně $v(p, 0) = v(p, 1) \implies p(1-p)f + h = p(1-p)e + g \implies p(f-e-h+g) - h+g = 0 \implies p = \frac{g-h}{f-e-g+h}$

Pak tedy rovnovážná strategie ve smíšených strategiích je tvaru (p, q)

Dolní hodnota

Počítejme h_1^- a tedy bychom chtěli zjistit, jak máme volit p , aby nám bylo jedno, jak hraje 2. hráč $u(p, 0) = u(p, 1) \implies p(1-p)b + d = p(1-p)a + c \implies p = \frac{d-c}{a-b-c+d}$

Příklady her 2x2

Mějme $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ to $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$ to $\begin{pmatrix} 4/7 & 1/7 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Normalizace hry: První posuneme hru do kladných čísel, pak ji "zmenšíme" tak, že největší výhra 1 Tj.

- $\min A = 0$
- $\max A = 1$

⚡ **Pozor**, pořád jsou to ekvivalentní hry!!

Přehled základních her 2x2

⚡ Prozkoumejme čtveřici $(0, 1, 2, 3)$

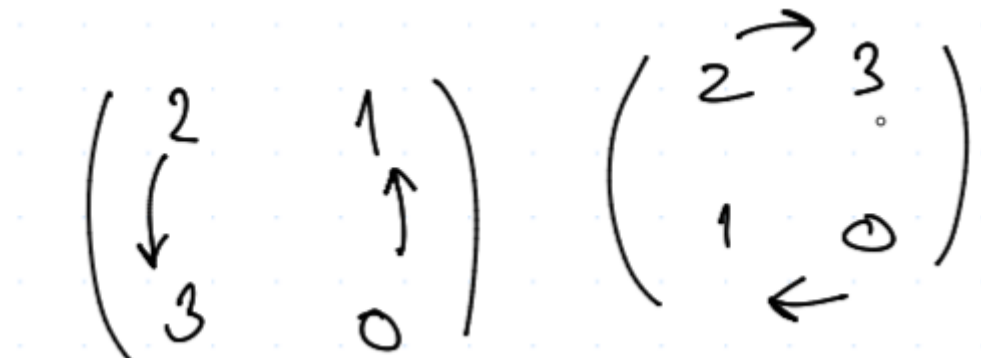
- mince** $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\text{quad } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ tato hra **není** symetrická, ale je "spravedlivá" (kdyby si vyměnili role, tak jim to nepomůže). Zřejmě ani jeden z hráčů nemá dominovanou strategii. Počítejme rovnováhu $q = \frac{1-0}{1-0-0+1} = \frac{1}{2} = \dots = p$ a rovnováha je $(p, q) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Přičemž dolní hodnota $q = \frac{1-0}{1-0-0+1} = \frac{1}{2}$ a proto $h_1^- = \frac{1}{2}$
- na kočku a myš**
Kočka má na výběr z vytápěné/nevytápěné místnosti (světice/komora) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $\text{quad } B = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{matrix} & \text{svět.} & \text{komora} \\ \text{světice} & \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} & \end{matrix} \quad B = \begin{matrix} & \text{svět.} & \text{komora} \\ \text{kočka} & \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} & \end{matrix}$$

A tedy máme situace $(3, 0) \sqquad (1, 3) \succ (0, 2) \sqquad (1, 2)$ Tato hra **není** ani antagonistická, ani s nulovým součtem. Evidentně existuje rovnováha pouze v smíšených situacích

3. líný rodič

Rodiče chtějí, aby potomek přežil, ale chceme se flákat a nechat to na tom druhém. Je to jistě symetrická hra $\begin{pmatrix} \text{stará se} & \text{nestará se} \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \end{pmatrix}$, $\sqquad ()^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$ a potom máme situace $(0, 0) \prec (2, 2)$, $\underbrace{(1, 3), (3, 1)}_{\text{rovnováhy v čistých}}$ Rozhodně nejde o hru, která aby antagonistická nebo s nulovým součtem.



Ve smíšených strategiích $q = \frac{d-b}{a-b-c+d} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} = \text{symetrie} = p$ a tedy $u(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \frac{3}{2}$. Tedy je lepší, aby se oba rodiče starali, než kdyby to nechali na náhodu

4. na kuře

Jedeme proti sobě autem a pokud uhnu dřív, než soupeř, tak jsem prohrál a jsem zbabělec $\begin{pmatrix} \text{uhnu} & \text{zůstanu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -10 \end{pmatrix}$ Po normalizaci dostaneme hru tvaru **líný rodič**.

5. lov na jelena

Máme 2 lovce, kteří se nemohou domluvit. Pokud loví dohromady, tak mají šanci ulovit jelena, ale jeden sám ho neuloví. Navíc můžeme ulovit max 2 zajíce, kteří jsou v lese. $\begin{pmatrix} \text{jdu na jelena} & \text{jdu na zajíce} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \begin{pmatrix} 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$ Potom situace rovnováhy jsou $(1, 1), (3, 3)$, přičemž z ní "jednostraně" nemůžeme uhnout. Navíc $(3, 3)$ je dominující strategií (je optimální). Jediná **opatrná** strategie je zde jít si pro zajíce.

“ Ilustruje, že příroda si může vybrat rovnováhu, která **není** nejlepší - přechod na nejlepší rovnováhu by vyžadoval domluvu.

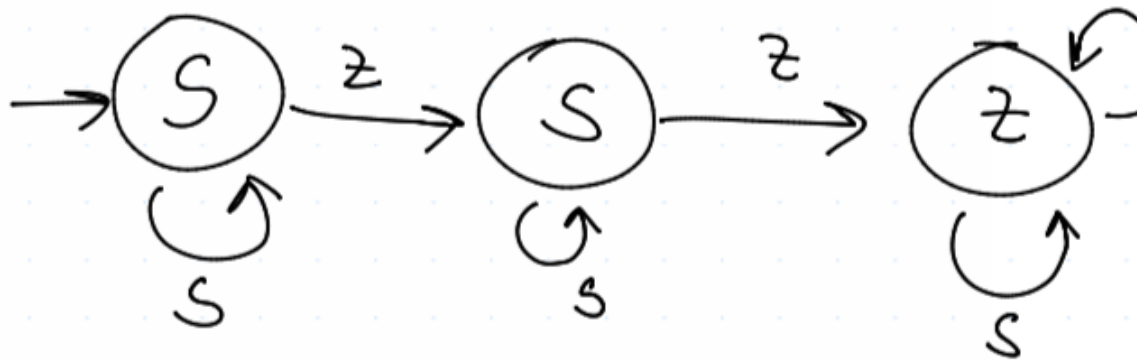
$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ \uparrow & \downarrow \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 \leftarrow 2 \\ 0 \rightarrow 1 \end{pmatrix}$$

6. věžňovo dilema

Máme 2 vězně, kde každý má na výběr buď mlčet (spolupracovat s spolupachatelem) nebo to zkusím hodit na spolupachatele (zradit). Jistě je to navíc symetrická hra $\text{mtr}\{\text{spolupracovat} \setminus \text{zradit}\} \text{mtr}\{-1 \ \& \ -3 \setminus 0 \ \& \ -2\} \text{to} \text{mtr}\{2 \ \& \ 0 \setminus 3 \ \& \ 1\}$ Po normalizaci si snažíme maximalizovat roky na svobodě (snažíme si ušetřit trest). Jistě navíc $\text{spolupracovat} \text{prec} \text{zradit}$ Přičemž $(2,2)$ je jediná rovnovážná situace i ve smíšených strategiích.

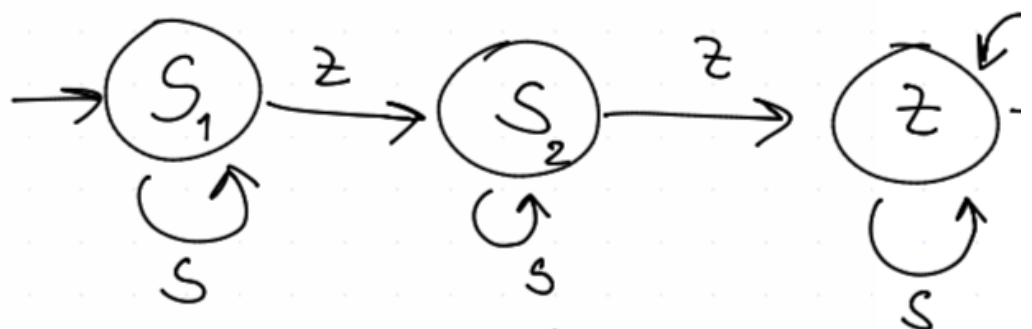
“ V případě opakované hry se rozhodujeme v závislosti na předchozích rozhodnutích. Můžeme řešit pomocí stavového automatu:

3 stavový automat

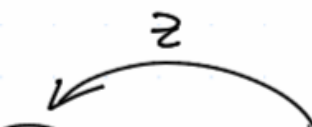


a celkem

1. hráč 3 stavový automat



2. hráč



Revision #3

Created 27 February 2023 07:06:04 by Sceptri

Updated 17 April 2023 20:33:23 by Sceptri