

10. cvičení

```
$$ \xdef\mcal{\mathcal{#1}} \xdef\scal{\#2{\langle #1, #2 \rangle}} \xdef\N{\mathbb{N}}
\xdef\R{\mathbb{R}} \xdef\Q{\mathbb{Q}} \xdef\Z{\mathbb{Z}} \xdef\D{\mathbb{D}}
\xdef\bm{\boldsymbol{#1}} \xdef\vv{\mathbf{#1}} \xdef\vp{\mathbf{#1}} \xdef\vvp{\mathbf{#1}}
\xdef\floor{\lfloor #1 \rfloor} \xdef\ceil{\lceil #1 \rceil} \xdef\grad{\mathrm{grad}, #1}
\xdef\ve{\varepsilon} \xdef\im{\mathrm{im}} \xdef\tr{\mathrm{tr}}
\xdef\norm{\left\| \cdot \right\|} \xdef\ex{\mathrm{E}}
\xdef\mtrx{\begin{pmatrix} #1 \end{pmatrix}} $$
```

Scheffeho věta $\left(\hat{A}\beta - A\beta \right)^T \hat{A} \hat{A}^T \hat{A} = 1 - \alpha$ pro všechny $b \in \mathbb{R}^m$, je-li matice A typu $m \times p$ plné hodnot.

Příklad $Y_i = \beta_0 + \beta_1 \text{Height}_i + \beta_2 \text{Sex}_i + \beta_3 (\text{Height}_i + \text{Sex}_i) + \varepsilon_i$, kde $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ a chceme zkonstruovat 95% PS pro chlapce a dívky

1) Napíšeme tvar reg. křivky

- d: $y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$
- ch: $y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2 + (\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_3)x$

2) Zvolíme vhodný tvar b a A :

- d: $b = \begin{pmatrix} 1 & x \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$, pak $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
- ch: $b = \begin{pmatrix} 1 & x \end{pmatrix}$, pak $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

Nejprve počítejme pro dívky, Označme $y = \beta_0 + \beta_1 x$. Odvodíme tvar pásu spolehlivosti (PS) $P(\hat{y} - y \leq \sqrt{2 F_{1-\alpha}(2, n-4)} \sigma^2 \leq \hat{y}) = 1 - \alpha$ kde y je náhodná proměnná. Upravujme

$$P(\hat{y} - y \leq \sqrt{2 F_{1-\alpha}(2, n-4)} \sigma^2 \leq \hat{y}) = 1 - \alpha$$

- pro $\hat{y} - y > 0$ dostáváme **dolní hranici** $y \geq \hat{y} - \sqrt{2 F_{1-\alpha}(2, n-4)} \sigma^2$
- nebo pro $\hat{y} - y < 0$ dostáváme **horní hranici** $y \leq \hat{y} + \sqrt{2 F_{1-\alpha}(2, n-4)} \sigma^2$

\right) = 1 - \alpha \$\$

Revision #2

Created 12 January 2023 12:12:00 by Sceptri

Updated 12 January 2023 12:57:01 by Sceptri